제3장 축의 설계_3

3.5 키이(Keys)

● Key의 기능:

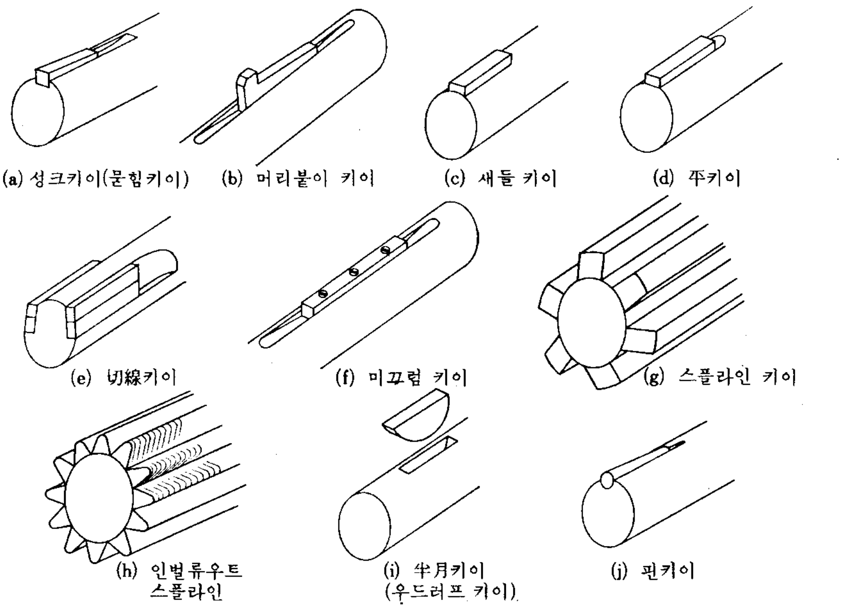
키이는 축에 기어, 풀리, 플라이 휘일, 커플링, 클러치 등을 고정시켜서 상대적인 운동을 방지하면서 회전력(torque)를 전달시키는 기계요소이다.
Shafts and hubs are usually fastened together by means of keys.

● Key의 종류

① 성크 키(sunk key, 묻힘 키)
② 드라이빙 키(gib-head driving key, 머리붙이 키, 경사키): 묻힘 키의 일종
③ 평 키(flat key)
④ 안장키(saddle key)
⑤ 접선키(tangential key)

⑥ 평행키
⑦ 반달키(Woodruff key)
⑧ 미끄럼 키 또는 안내키(feather key)

⑨ 바스 키(Barth key)
⑩ 둥근키 또는 핀 키(round or pin key)
⑪ 루이스키(Lewis key)
⑫ 케네디키(Kennedy key)

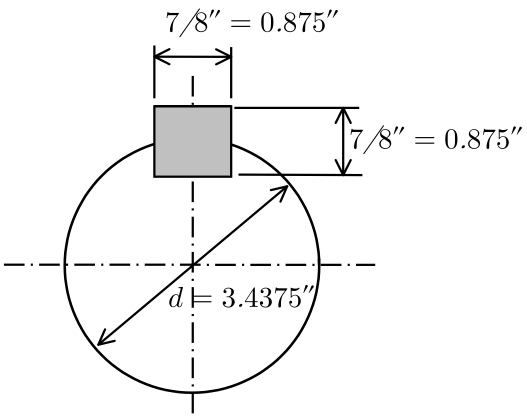


<Example 3-8>

항복응력 $(\sigma_Y)_{shaft} = 58000$psi 인 재료로, 지름 $d = 3\frac{7}{16}''$인 축을 제작하였다.

항복응력 $(\sigma_Y)_{key} = 48000$psi의 재료로, $\frac{7}{8}'' \times \frac{7}{8}''$의 key를 사용하고자 한다.

안전율이 2일 때, 전체 축에 작용하는 토크 값을 기초로 key의 길이를 설계하라.
단, $\tau_Y = 0.5\sigma_Y$이다.



● Shaft의 허용응력(allowable stress)

· $(\sigma_Y)_{shaft} = 58000$psi → allowable normal stress, $(\sigma_a)_{shaft} = 58000/2 = 29000$psi

· $(\tau_Y)_{shaft} = 29000$psi → allowable shear stress, $(\tau_a)_{shaft} = 29000/2 = 14500$psi

● Key의 허용응력

· $(\sigma_Y)_{key} = 48000$psi → allowable normal stress, $(\sigma_a)_{key} = 58000/2 = 24000$psi

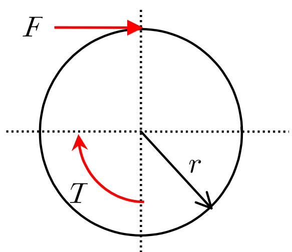
· $(\tau_Y)_{key} = 24000$psi → allowable shear stress, $(\tau_a)_{key} = 24000/2 = 14000$psi

● 축에 작용하는 토크와 축의 표면에 작용하는 힘:

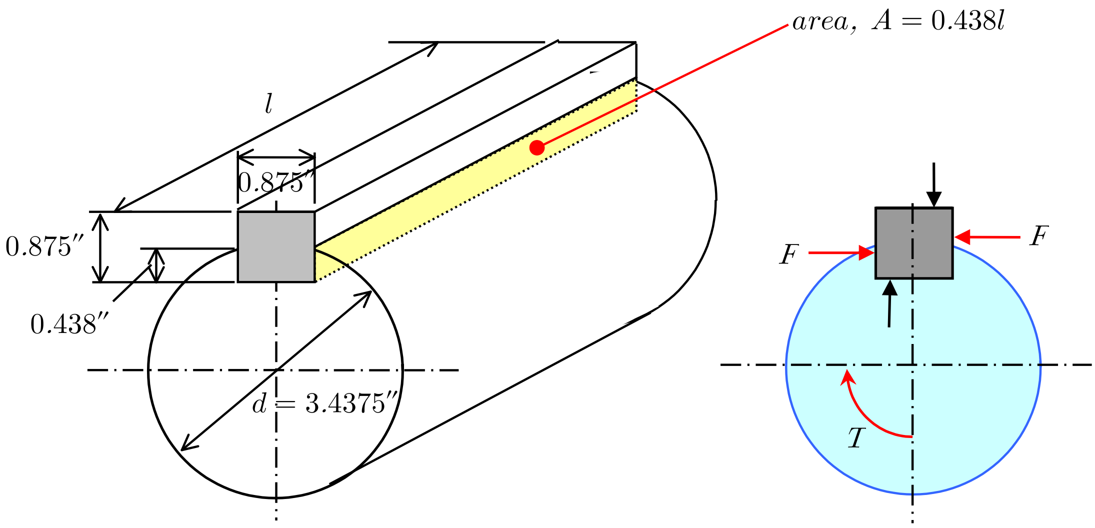
· 극관성 단면2차모멘트, $J = \frac{\pi d^4}{32} = 13.708\ in^4$

· Torque in shaft, $T = \frac{\tau J}{r} = \frac{(14500)(13.708)}{3.4375/2} = 115650\ in-lb$

· Force at shaft surface, $F = \frac{T}{r} = \frac{115650}{3.4375/2} = 67280\ lb$

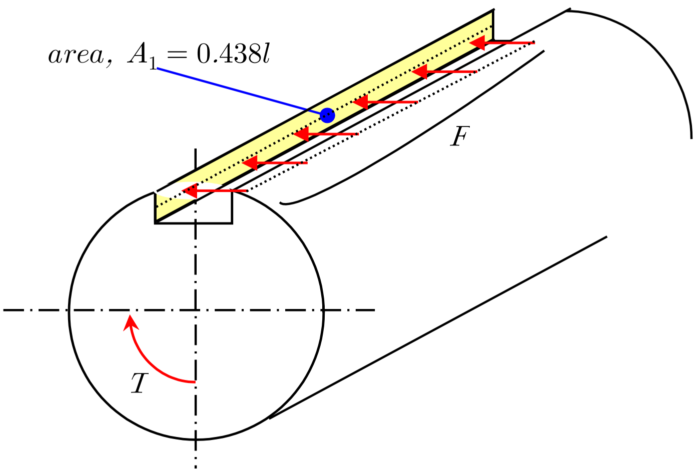


- Length of key:



< key가 받는힘 >

① shaft에 작용하는 수직응력을 기준으로 계산한 경우
(Based on bearing on shaft)



$$(\sigma_a)_{shaft} = 29000 \geqq \frac{F}{A_1} = \frac{67280}{0.438l}$$

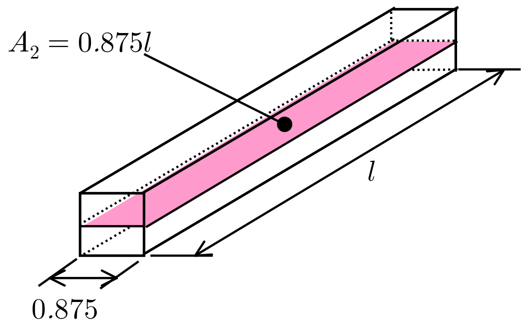
$$\therefore\ l \geqq \frac{67280}{(0.438)(29000)} = 5.30''$$

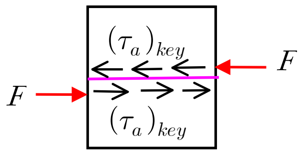
② Key에 작용하는 수직응력을 기준으로 계산한 경우
(Based on bearing on key)

$$(\sigma_a)_{key} = 24000 \geqq \frac{F}{A_1} = \frac{67280}{0.438l}$$

$$\therefore\ l \geqq \frac{67280}{(0.438)(24000)} = 6.40''$$

③ Key에 작용하는 전단응력을 기준으로 계산한 경우
(Based on shear in key)





$$(\tau_a)_{key} = 12000 \geqq \frac{F}{A_2} = \frac{67280}{0.875l}$$

$$\therefore \; l \geqq \frac{67280}{(0.875)(12000)} = 6.41''$$

따라서 key의 전단허용응력을 기준으로 하여 $l = 6.41''$이상으로 하는 것이 좋다.

- -

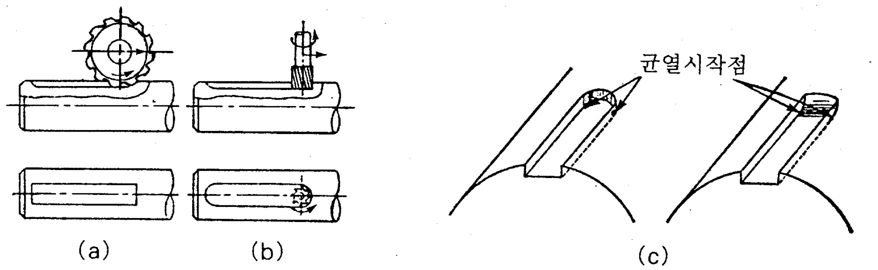
3.6 응력집중(Stress Concentration)

· 피로응력집중계수(fatigue stress concentration factor)

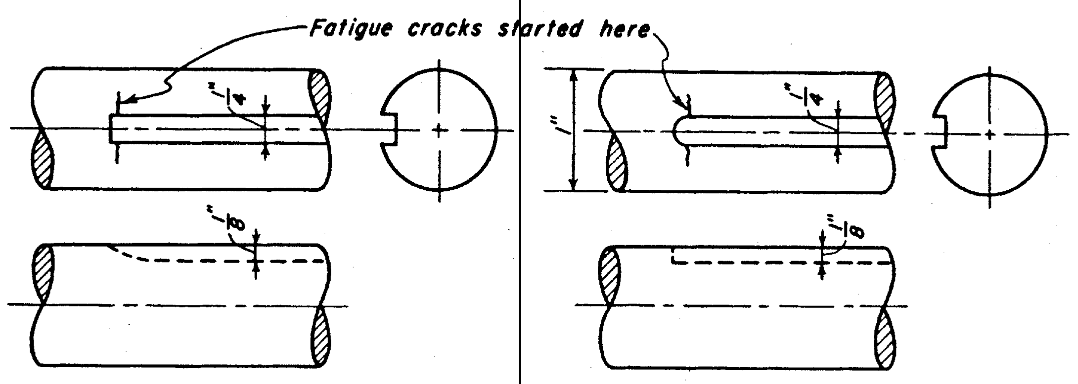
$$K_f = \frac{endurance\ limit\ for\ plain\ specimen}{enurance\ limit\ with\ keyway\ or\ hole}$$

· (사이드밀링커터로 가공한 키홈의 K_f) < (엔드밀로 가공한 키홈의 K_f)
sled-runner keyway profile keyway
∴ The sled-runner keyway is preferable to the profile.

※ Sled-Runner keyway(사이드 밀링 커터로 가공)
Profile keyway (엔드 밀링 커터로 가공)



(a)사이드밀링커터 (b)엔드밀링커터 (c)키홈 단부의 피로균열 시작점

Sled − Runner keyway (사이드 밀링 커터로 가공)	*Profile keyway* (엔드 밀링 커터로 가공)
	

3.7 Couplings(축이음)

● 기능: 동력을 전달하기 원동축과 종동축을 직접 연결하는 경우 각각의 축단을 연결하는데 사용하는 기계요소.

Devices for connecting the ends of two shafts together.

● 커플링의 종류

· 고정식 커플링:

슬리브 커플링(sleeve coupling) 또는 머프 커플링(muff coupling),

클램프 커플링(clamp coupling),

플랜지 커플링(flange coupling),

· 플렉시블 커플링(flexible coupling)

오울드햄 커플링(Oldham coupling)

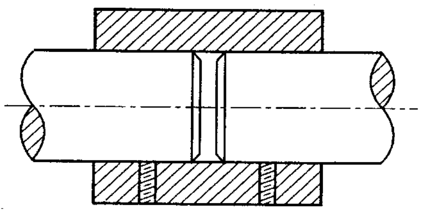
체인 커플링(chain coupling)

기어 커플링(gear coupling)

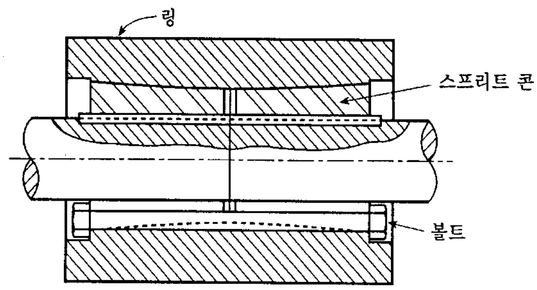
· 유니버설 커플링(universal coupling or Hook's joint)

· 미끄럼 커플링(slip coupling)

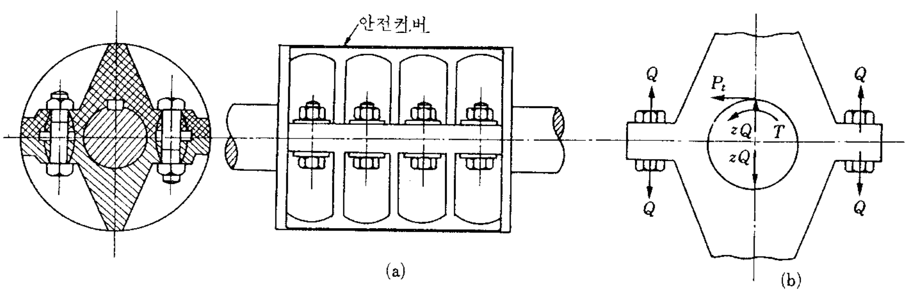
(그림)



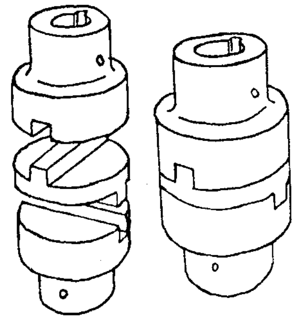
sleeve coupling



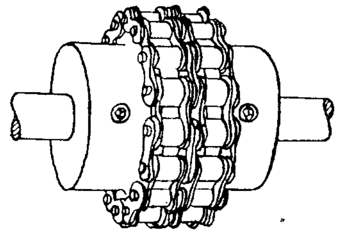
링 압축 *coupling*



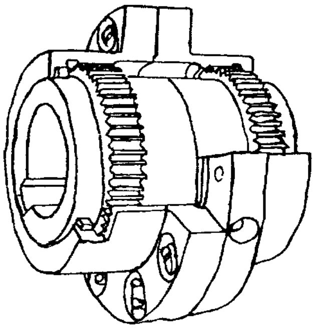
clamp coupling



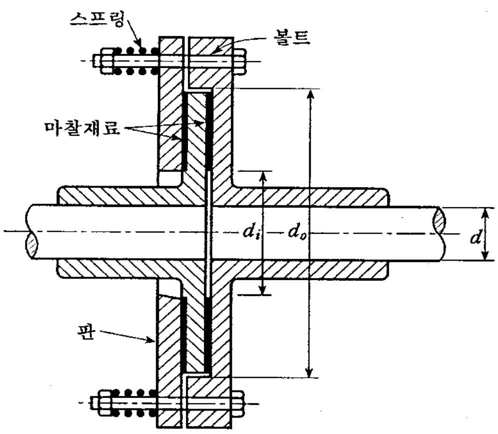
Oldham coupling



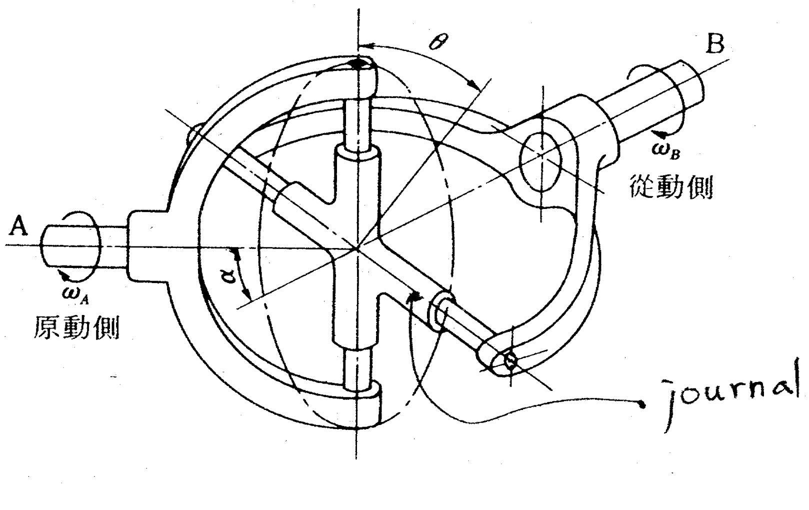
chain coupling



gear coupling



slip coupling



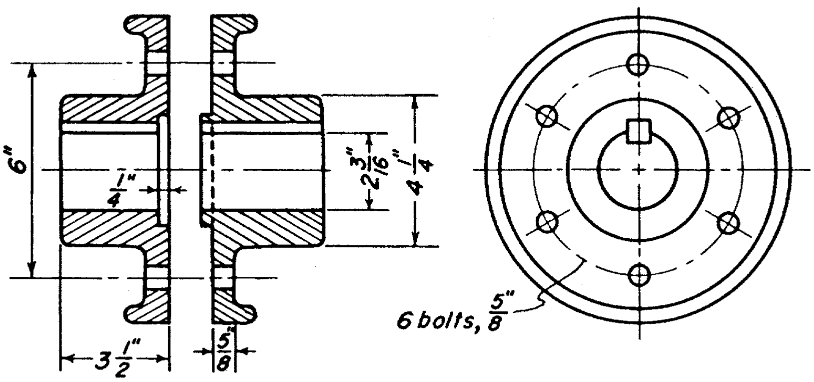
universal coupling or Hook's joint

<Example 3-9> Solid coupling --

그림의 커플링에서, key는 $1/2 \times 1/2''$이다.

축이 150rpm으로 회전하면서 50hp의 동력을 전달하고 있다.

모든 부품에 대해, $\sigma_Y = 60000\text{psi}$이고 $\tau_Y = 30000\text{psi}$이다.



다음의 응력과 항복응력을 기준으로한 안전율을 계산하라.

(a) Shear and bearing in key

(b) Shear in bolts

(c) Bearing on bolts in flange

(d) Shear in flange at hub

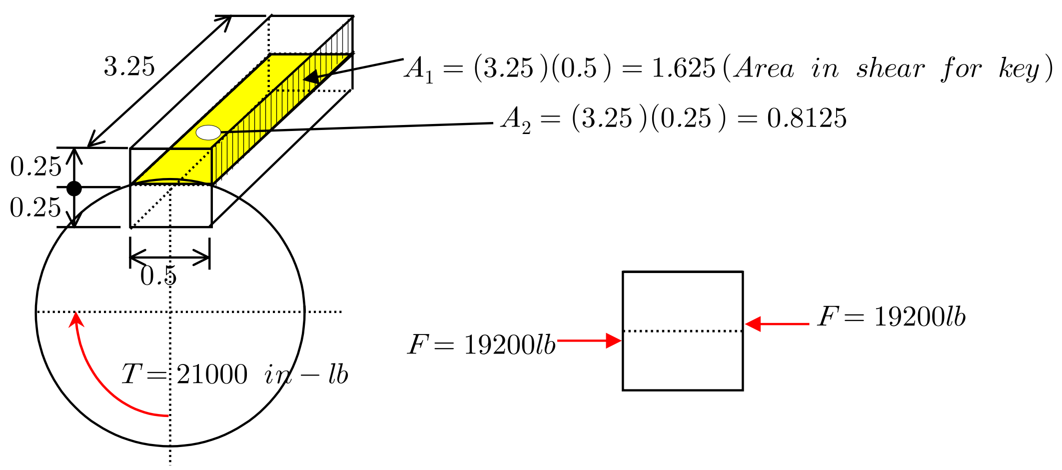
· 축에 작용하는 torque

$$T = \frac{(63000)(hp)}{n} = \frac{(63000)(50)}{150} = 21000 \text{ in-lb}$$

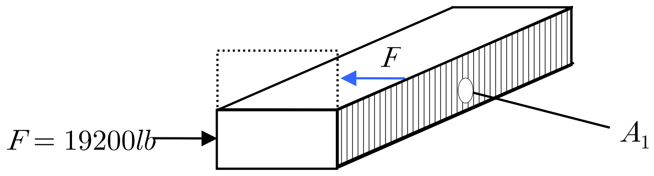
· Tangential force at shaft surface

$$F = \frac{T}{r} = \frac{21000}{2.1875/2} = \frac{21000}{1.094} = 19200 \ lb$$

(a) Shear and bearing in key (key에 작용하는 전단응력과 수직응력)



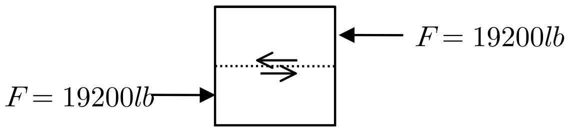
· key는 압축력 $F = 19200lb$를 받으므로 압축응력을 받는다.



$$\sigma_C = \frac{F}{A_1} = \frac{19200}{0.8125} = 23630psi$$

따라서 안전율은 $N_{SF} = \frac{\sigma_Y}{\sigma_C} = \frac{60000}{23630} = 2.54$

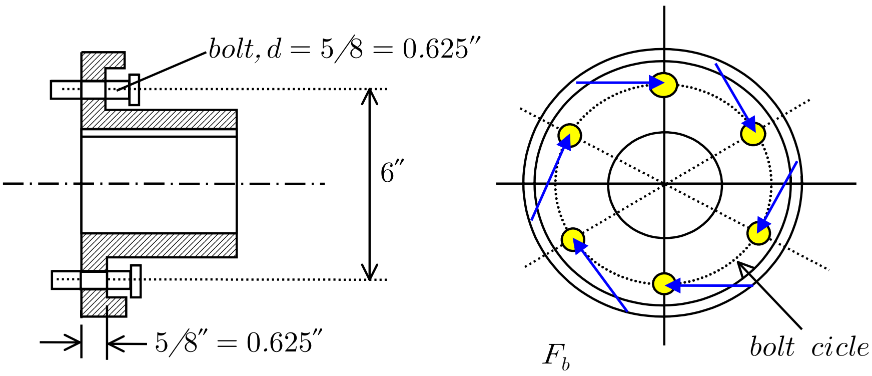
· 또한 key는 다음과 같은 전단응력을 받는다.



$$\tau = \frac{F}{A_2} = \frac{19200}{1.625} = 11820psi$$

따라서 안전율은 $N_{SF} = \frac{\tau_Y}{\tau} = \frac{30000}{11820} = 2.54$

(b) Shear in bolts (볼트가 받는 전단응력)



· (6개 볼트가 전단력을 받는 전단 면적, 오른쪽 그림에서 노란색)

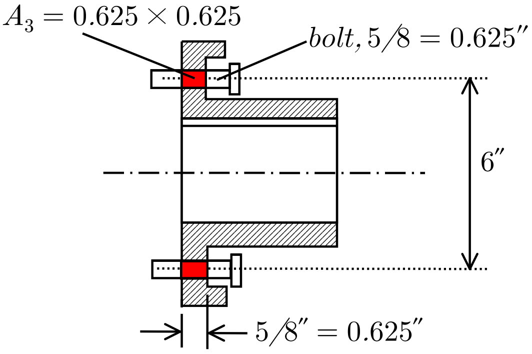
$$= 6 \times \frac{\pi}{4}(0.625)^2 = 1.841in^2$$

· (bolt circle상에서 작용하는 힘, 오른쪽 그림에서 6개의 접선력)

$$= F_b = \frac{T}{r_b} = \frac{21000}{3} = 7000lb$$

$$\therefore \; N_{FS} = \frac{\tau_Y}{\tau} = \frac{30000}{3800} = 7.89$$

(c) Bearing on bolts in flange (플랜지의 볼트들이 받는 수직응력)



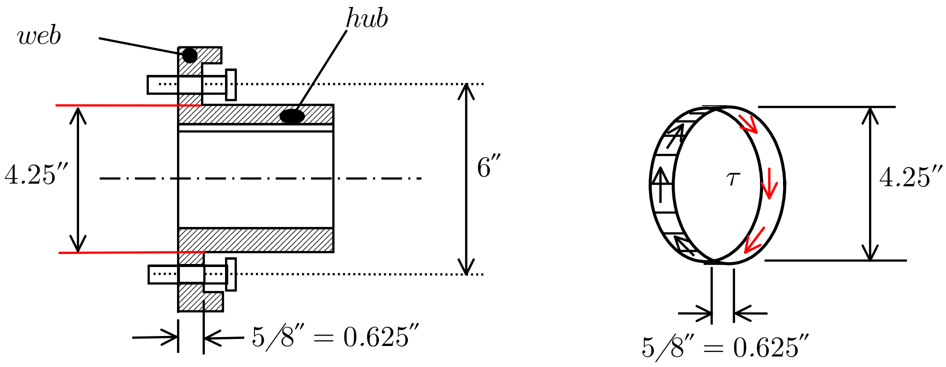
· (수직응력을 받는 볼트들의 면적)= $6A_3 = 6 \times (0.625)^2 = 2.344 in^2$

· 볼트들은 다음과 같은 압축응력을 받는다.

$$\sigma_b = \frac{F_b}{A_3} = \frac{7000}{2.344} = 2990 psi$$

$$\therefore\ N_{FS} = \frac{\sigma_Y}{\sigma_b} = \frac{60000}{2990} = 20.1$$

(d) Shear in flange at hub (허브에 있는 프랜지가 받는 전단응력)



· (Area in shear at edge of hub)=$4.25\pi \times 0.625 = 8.345 in^2$

· (force at edge of hub) = $F_h = \dfrac{T}{4.25/2} = \dfrac{21000}{2.125} = 9880 lb$

· (shear stress in web) = $\tau = \dfrac{F_h}{(Area)} = \dfrac{9880}{8.345} = 1180 psi$

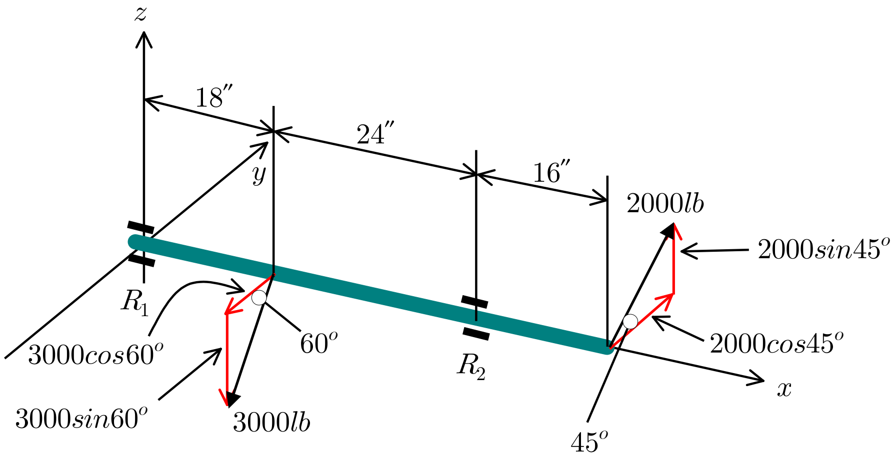
$$\therefore\ N_{FS} = \frac{\tau_Y}{\tau} = \frac{30000}{1180} = 25.4$$

3.8 Bending Loads in Two Planes

Shafts are sometimes subjected to loads applied at different angles.

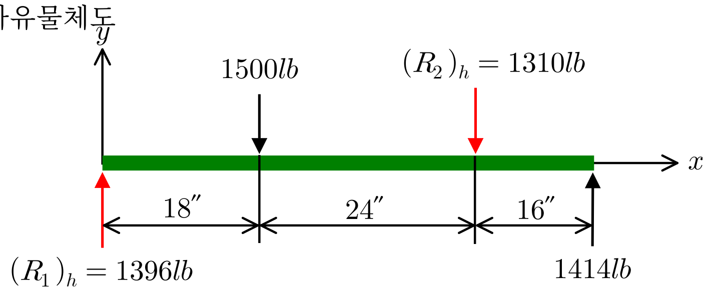
<Example 3-10>---

Find the value of maximum bending moment.

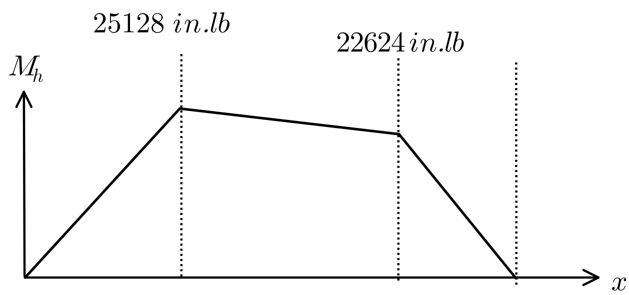


● Loading in $x-y$ plane

· 자유물체도

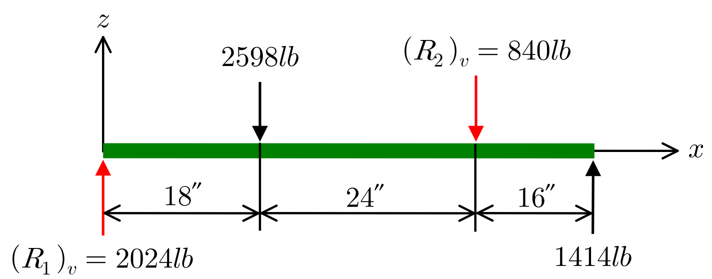


· Bending Moment Diagram

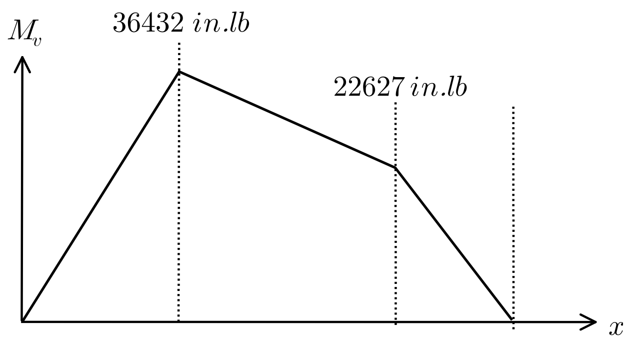


● Loading in $x-z$ plane

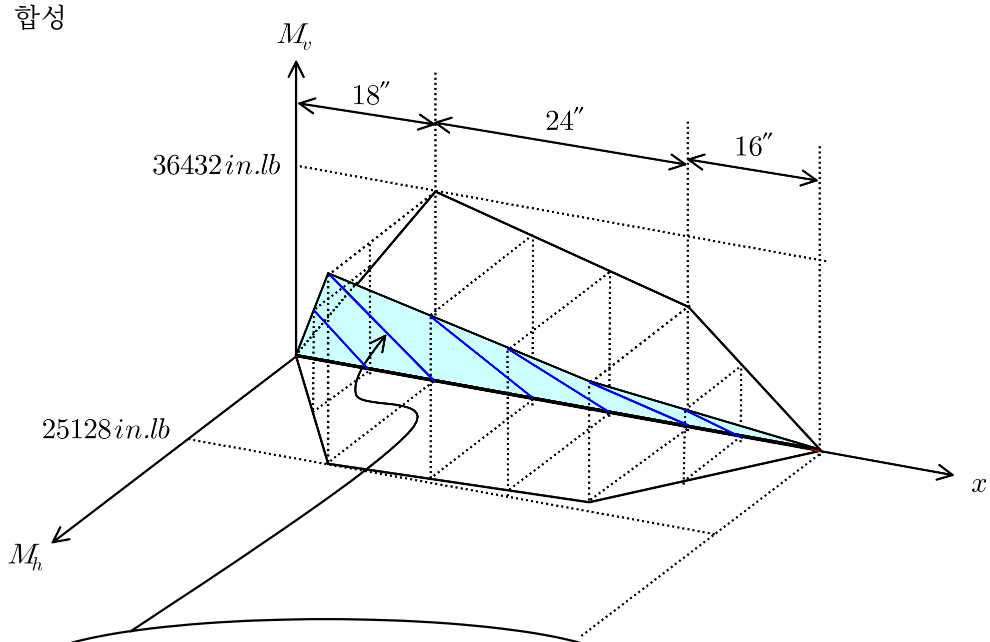
· 자유물체도



· Bending Moment Diagram



● BMD의 합성



$$M_{max} = \sqrt{(25128)^2 + (36432)^2} = 44290\,in.lb$$

3.9 Shaft on Three Supports

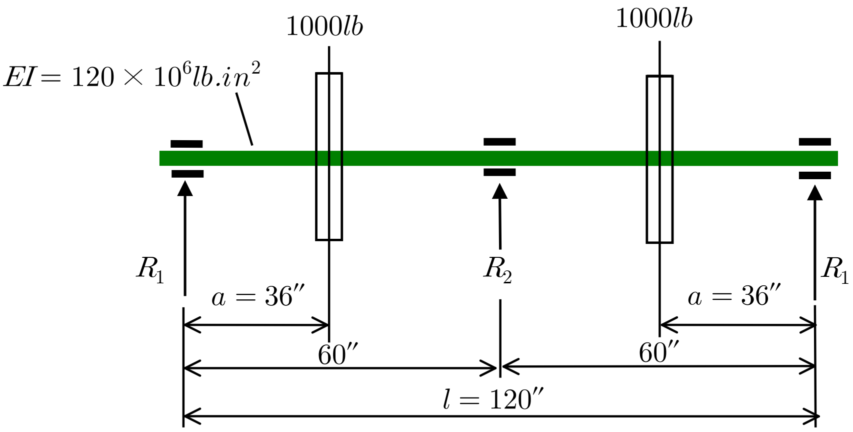
· Shafts are sometimes supported on three bearings.
  Such problems is **statically indeterminate** with three unknowns R_1, R_2.and R_3.

· It is possible to write only two independent equations from statics,
  - one for the summation of the vertical forces and
  - one for the summation of the moments.

· The additional equation required for a solution to the problem can be obtained by taking into account the deformation of the body.
  (This can be done in a variety of ways).

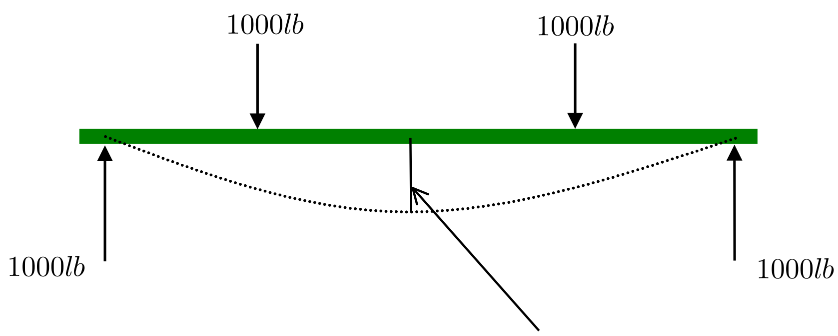
<Example 3-11>---

The shaft is supported by three bearings all at the same elevation.
Find the value of reaction R_2.



(풀이)---

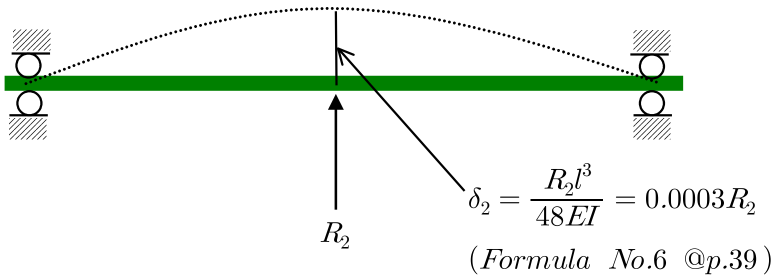
· 가운데 베어링이 없다고 가정하면, 중앙점의 처짐은 다음과 같다.



$$\delta_1 = \frac{Pa}{48EI}(3l^2 - 4a^2) = 0.4752''$$

$(Formula\ \ No.13\ \ @p.41)$

· 가운데 베어링의 반력 R_2만 작용할 경우, 중앙점의 처짐은 다음과 같다.



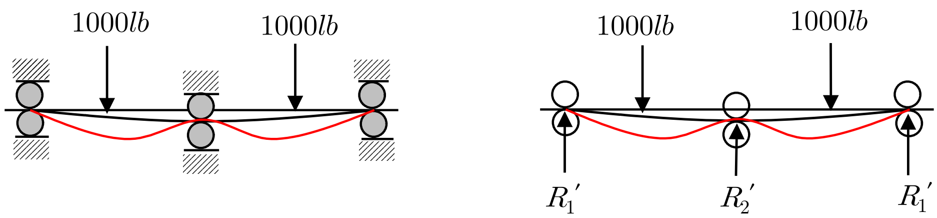
· 원래 가운데 베어링이 있어, 처짐이 영이므로,

$$0.4752 = 0.0003R_2$$

$$\therefore\ \ R_2 = 1584lb$$

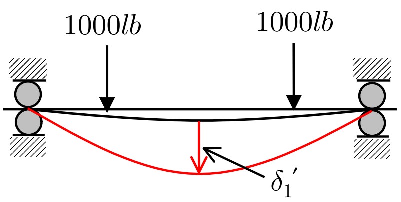
<Example 3-12>

(1) 가운데 베어링의 높이가 양쪽의 베어링보다 0.05 inch 낮은 경우의 반력 R_2'를 구하라.

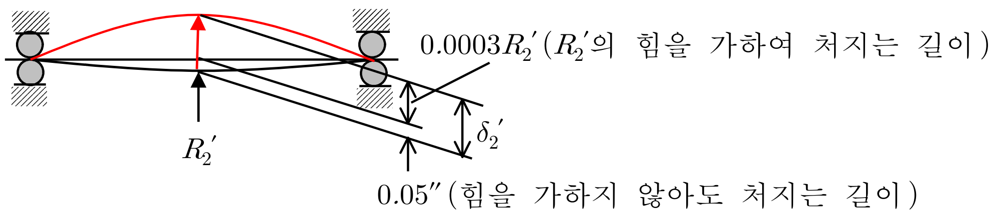


<자유물체도>

· 가운데 베어링이 없을 경우, $\delta_1' = 0.4752''$



· 가운데 베어링의 반력 R_2'만 작용할 경우, $\delta_2' = 0.0003R_2' + 0.05$



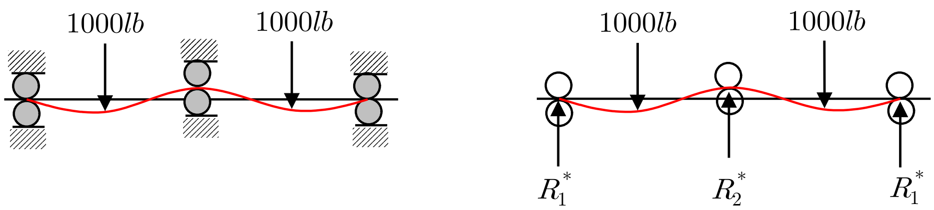
그런데 가운데 베어링의 높이가 양쪽의 베어링보다 0.05 inch 낮기 위해서는
$\delta_1' = \delta_2'$이어야 하므로

$0.4752 = 0.0003R_2' + 0.05$

$\therefore\ R_2' = 1417.3lb$

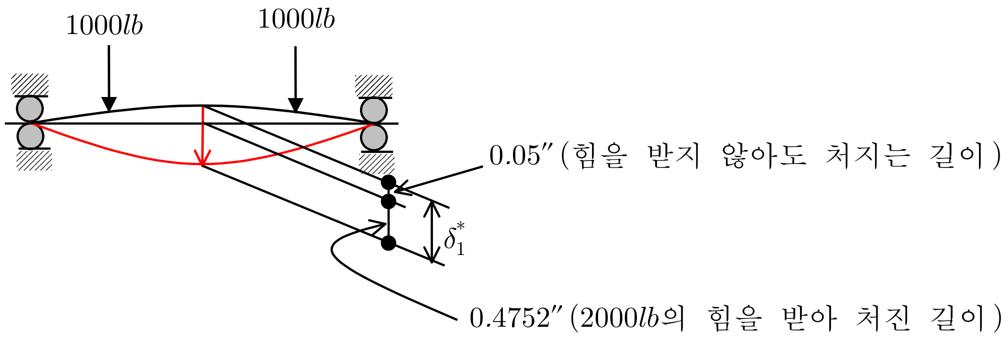
---

(2) 가운데 베어링의 높이가 양쪽의 베어링보다 0.05 inch 높은 경우의 반력 R_2^*를 구하라.

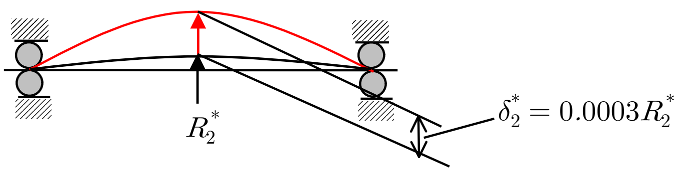


<자유물체도>

· 가운데 베어링이 없을 경우, $\delta_1^* = 0.4752'' + 0.05''$



· 가운데 베어링의 반력 R_2^*만 작용할 경우, $\delta_2^* = 0.0003R_2^*$



그런데, 가운데 베어링의 높이가 양쪽의 베어링보다 0.05 inch 높으려면

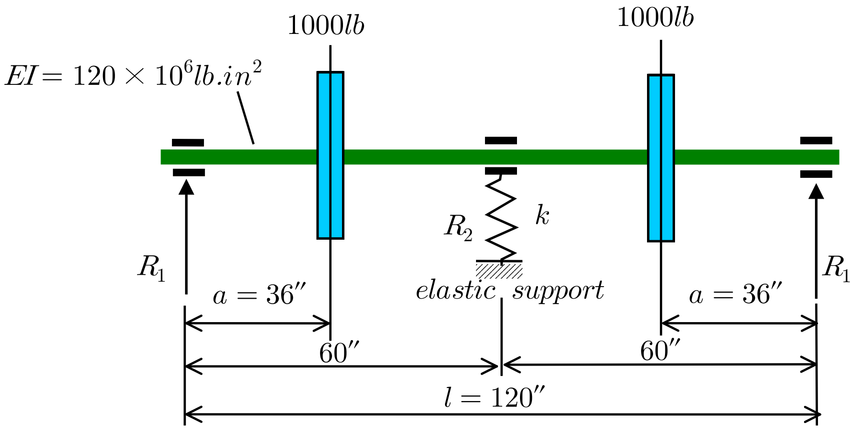
$\delta_1^* = \delta_2^*$이어야 한다.

따라서 $0.4752 + 0.05 = 0.0003R_2^*$

$\therefore\ R_2^* = 1751lb$

<Example 3-13>---

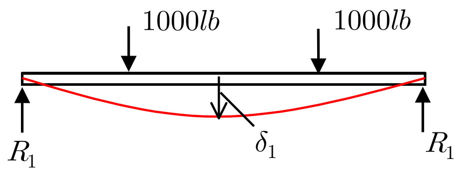
Suppose the center bearing is resisting on an elastic support which will deflect under load. Suppose the flexibility can be represented by a spring of rate $k = 20000 lb/in$. Find the value of reaction R_2.



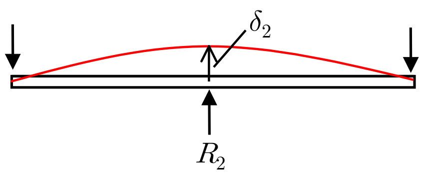
----

*(생각!) 축은 spring이 줄어든 길이에 비례한 반력을 받을 것이다.

· Center bearing이 없다면, 처짐량 $\delta_1 = 0.4572''$



· Center bearing에 의한 반력 R_2만 작용할 경우; 처짐량 $\delta_2 = 0.0003 R_2$-----(1)



· Spring 길이의 변화량; $\delta_1 - \delta_2 = 0.4572 - 0.0003 R_2$ -----------------(2)

· $R_2 = (spring\text{의 반력})$

$R_2 = k(\delta_1 - \delta_2)$

$R_2 = 20000(0.4572 - 0.0003 R_2)$

$\therefore\ R_2 = 1357.7 lb$ --(3)

(check) 식(1) → $\delta_2 = 0.003 R_2 = (0.003)(1357.7) = 0.4073''$

식(2) → $R_2 = k(\delta_1 - \delta_2) = 20000(0.4572 - 0.4073) = 1357.7 lb$; 식(3)과 일치!
