

매핑

영상의 한 부분에서 픽셀값을 읽어서 다른 부분에 그 값을 써넣는 매핑(mapping) 작업을 필요로 한다.

순방향 매핑(forward mapping)

역방향 매핑(backward mapping)

결과 영상의 모든 픽셀을 차례대로 방문하면서 해당 픽셀이 원본 영상의 어느 위치에서 매핑이 되었는지 생각하는 방식이다.

기하학적 변환(geometric transform) = 와핑(warping)

영상을 늘이거나 줄이는 작업, 와핑, 회전 등의 연산을 기하학적 변환이라 한다.

어파인 변환(affine transform)

2x3 행렬을 이용한다.

직사각형을 평행사변형으로 변환시킨다. 여기에 회전과 크기 변환도 있을 수 있다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} \\ a_{10} & a_{11} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix}, \mathbf{T} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{B}], \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \mathbf{X}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{AX} + \mathbf{B} = \mathbf{TX}'$$

투시 변환(perspective transform) = (평면) 호모그래피(homography)

3x3 행렬을 이용한다.

투시 변환은 직사각형을 사다리꼴 형태로 바꿀 수 있다. 어파인 변환은 투시 변환의 부분 집합이 된다.

하나의 2차원 객체를 서로 다른 두 개의 평면으로 투영하여 생긴 두 영상 사이의 관계를 규정하는 변환을 투시 변환(perspective transform)이라고 한다.

* 투시 투영(perspective projection)과 밀접한 관련이 있다.

평면 호모그래피(planar homography)

하나의 평면을 다른 평면으로 옮기는 투영 변환을 의미한다. 2차원 평면 상의 점들을 카메라의 영

상 센서로 옮기는 변환 과정도 평면 호모그래피의 한 예다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = s\mathbf{H} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

스케일 인자(scale factor) s

호모그래피 행렬(homography matrix) $\mathbf{H}$ 는 오직 8개의 자유도가 존재하기 때문에 $h_{33}=1$ 로 설정한다.

* 호모그래피는 어떤 표면상의 점들을 다른 표면의 점으로 매핑하는 것을 가리키는 수학적인 용어이다.

렌즈의 왜곡(distortion) 보정

핀홀 카메라에서 측정되는 점들의 좌표를 (x_p, y_p) 라고 하고, 왜곡이 된 위치를 (x_d, y_d) 라고 하면 다음과 같이 수식을 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x X^w / Z^w + c_x \\ f_y Y^w / Z^w + c_y \end{bmatrix}$$

보정 정보를 이용한 수식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2p_1 x_d y_d + p_2 (r^2 + 2x_d^2) \\ 2p_2 x_d y_d + p_1 (r^2 + 2y_d^2) \end{bmatrix}$$

왜곡 계수(distortion coefficient) k_1, k_2, p_1, p_2, k_3

방사 왜곡(radial distortion)

렌즈의 모양에 의해 발생한다.

$$x_{corrected} = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$$

$$y_{corrected} = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$$

접선 왜곡(tangential distortion)

카메라를 조립하는 과정에서 발생한다.

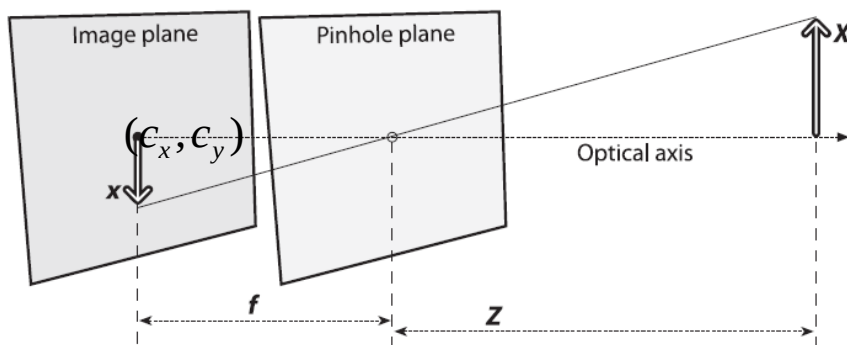
$$x_{corrected} = x + (2p_1y + p_2(r^2 + 2x^2))$$

$$y_{corrected} = y + (2p_2x + p_1(r^2 + 2y^2))$$

투영(projection)

카메라가 보정된 후, 실세계의 한 점을 영상 위의 한 점으로 투영(projection)할 수 있다.

핀홀 카메라 모델(pinhole camera model)



$$-x = f \frac{X}{Z}$$

영상 평면(image plane) or 투영 평면(projective plane)

초점 거리(focal length) f

주점(principal point) (c_x, c_y) - 광축과 영상 평면이 만나는 점

3차원 실세계에 존재하는 점 $\mathbf{Q} = (X, Y, Z)$ 가 영상 평면에 맺히는 점의 좌표 (x_s, y_s) 는 다음과 같다.

$$x_s = f_x \frac{X}{Z} + c_x, \quad y_s = f_y \frac{Y}{Z} + c_y$$

투영 변환(projective transform)

실세계의 한 점 (X, Y, Z) 이 투영 스크린 상의 한 점 (x, y) 로 변환되는 관계를 투영 변환이라 한다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = s\mathbf{H} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{M}\mathbf{W}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = [\mathbf{R} \quad \mathbf{t}], \quad \mathbf{R} = [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{r}_3]$$

카메라 내부행렬(camera intrinsic matrix) $\mathbf{M}$

회전행렬(rotation matrix) $\mathbf{R}$

이동 벡터(translation vector) $\mathbf{t}$

객체 평면에 대하여 $Z=0$ 인 경우 $\mathbf{r}_3$ 를 없애고 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = s\mathbf{H} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{M}[\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}]$$

* 객체의 회전(rotation)과 이동(translation)에 따라 객체의 포즈(pose)가 결정된다.

동차 좌표계(homogeneous coordinates)

투영 변환을 다룰 때 동차 좌표계를 사용한다.

n 차원의 투영 공간에 존재하는 한 점을 동차 좌표계로 표현하면 $(n+1)$ 차원의 벡터로 표현된다.

예를 들어, (x,y,z) 좌표는 (x,y,z,w) 형태로 표현된다.

투시 투영(perspective projection)

투시 투영이란 3차원 실세계의 한 점을 2차원 영상 평면 위의 점으로 매핑하는 작업을 의미한다.